পঞ্চদশ অধ্যায়

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

(Area Related Theorems and Constructions)

আমরা জানি সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের আকৃতি বিভিন্ন রকম হতে পারে। সমতল ক্ষেত্র যদি চারটি বাহুদ্বারা সীমাবদ্ধ হয়, তবে তাকে আমরা চতুর্ভুজ বলে থাকি। এই চতুর্ভুজের আবার শ্রেণি বিভাগ আছে এবং আকৃতি ও বৈশিষ্ট্যের উপর ভিত্তি করে তাদের নামকরণও করা হয়েছে। এই সকল সমতল ক্ষেত্রের বাইরে অনেক ক্ষেত্র আছে যাদের বাহু চারের অধিক। আলোচিত এ সকল ক্ষেত্রই বহুভুজক্ষেত্র। প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতলক্ষেত্রের নির্দিষ্ট পরিমাপ আছে যাকে ক্ষেত্রফল বলে অভিহিত করা হয়। এই সকল ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ব্যবহার করা হয় এবং তাদের ক্ষেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে লেখা হয়। যেমন, বাংলাদেশের ক্ষেত্রফল ১৪৪ (প্রায়) হাজার বর্গ কিলোমিটার। আমাদের দৈনন্দিন জীবনের প্রয়োজন মেটাতে বহুভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল জানতে ও পরিমাপ করতে হয়। তাই এ স্তরের শিক্ষার্থীদের বহুভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্বন্ধে সম্যক জ্ঞান প্রদান করা অতীব গুরুত্বপূর্ণ। এখানে বহুভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারণা এবং এতদসংক্রান্ত কতিপয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য বিষয়ক বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে।

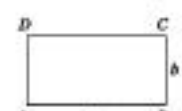
অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- বহুভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্য যাচাই ও প্রমাণ করতে পারবে।
- প্রদত্ত উপাত্ত ব্যবহার করে বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কন ও অঙ্কনের যথার্থতা যাচাই করতে পারবে।
- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান চতুর্ভুজক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারবে।
- চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান ত্রিভুজক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারবে।

১৫·১ সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে। এই ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে গ্রহণ করা হয়। যেমন, যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য এক সেন্টিমিটার তার ক্ষেত্রফল হবে এক বর্গসেন্টিমিটার।

আমরা জানি,

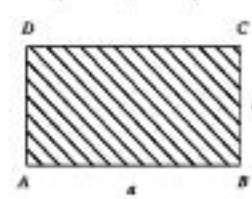


(ক) $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের

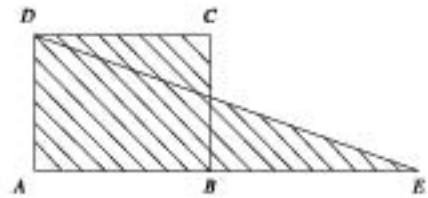
দৈর্ঘ্য $AB = a$ একক (যথা, মিটার)

প্রস্থ $BC = b$ একক (যথা, মিটার) হলে,

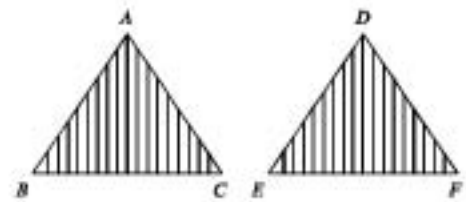
$ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ab বর্গ একক (যথা, বর্গমিটার)।



(খ) $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a একক (যথা, মিটার) হলে, $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গ একক (যথা, বর্গমিটার)।

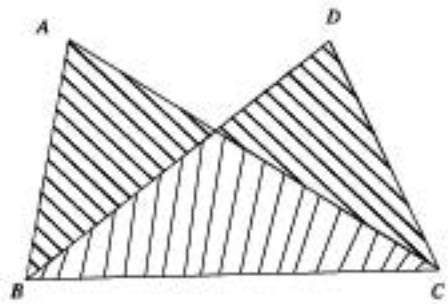


দুইটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলে তাদের মধ্যে '=' চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। যেমন, $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AED ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। যেখানে AB=BE



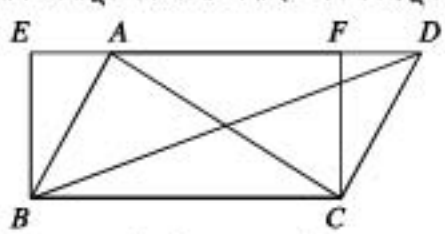
উল্লেখ্য যে, ΔABC ও ΔDEF সর্বসম হলে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ লেখা হয়। এক্ষেত্রে অবশ্যই ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ΔDEF এর ক্ষেত্রফল।

কিন্তু দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয় না। যেমন, চিত্রে ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ΔDBC এর ক্ষেত্রফল। কিন্তু ΔABC ও ΔDBC সর্বসম নয়।



উপপাদ্য ১

একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান।



মনে করি, ABC ও DBC ত্রিভুজক্ষেত্রদ্বয় একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র DBC এর ক্ষেত্রফল।

অঙ্কন : BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে BE ও CF লম্ব অঙ্কন করি। এরা DA রেখার বর্ধিত অংশকে E বিন্দুতে এবং AD রেখাকে F বিন্দুতে ছেদ করে। ফলে $EBCF$ একটি আয়তক্ষেত্র তৈরি হয়।

প্রমাণ : $EBCF$ একটি আয়তক্ষেত্র, এখন Δ ক্ষেত্র ABC এবং আয়তক্ষেত্র $EBCF$ একই ভূমি BC এর উপর এবং BC ও ED সমান্তরাল রেখাংশের মধ্যে অবস্থিত।

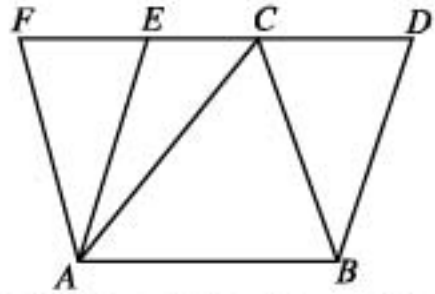
সুতরাং Δ ক্ষেত্র $ABC = \frac{1}{2}$ (আয়তক্ষেত্র $EBCF$)

অনুরূপভাবে, Δ ক্ষেত্র DBC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (আয়তক্ষেত্র $EBCF$)

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র ABC ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র DBC –এর ক্ষেত্রফল (প্রমাণিত)।

উপপাদ্য ২

কোনো ত্রিভুজ ও সামান্তরিক একই ভূমি ও একই সামান্তরালযুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।



মনে করি, ΔABC ও সামান্তরিক ABDE একই ভূমি AB ও একই সমান্তরালযুগল AB ও ED এর মধ্যে অবস্থিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক ABDE.

অঙ্কন : A বিন্দু দিয়ে BC এর সমান্তরাল AF রেখা DC এর বর্ধিতাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : (১) $AF \parallel BC$ (অঙ্কনানুসারে) এবং

$AB \parallel FC$ (কল্পনানুসারে)

$\therefore$ ABCF সামান্তরিক

(১) সামান্তরিক ABDE ও ABCF একই ভূমি AB এবং একই সমান্তরালযুগল AB ও FD এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore$ সামান্তরিক ABDE = সামান্তরিক ABCF (উপপাদ্য ১)

(২) সামান্তরিক ABCF এর AC কর্ণ

$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক ABCF

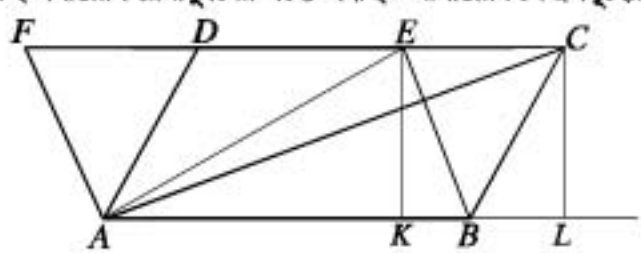
$= \frac{1}{2}$ সামান্তরিক ABDE (ধাপ ২)

অনুসিদ্ধান্ত ১: একই ভূমি ও একই সমান্তরালযুগলের মধ্যে অবস্থিত ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল সমান।

অনুসিদ্ধান্ত ২: কোনো ত্রিভুজ ও কোনো সামান্তরিক সমান সমান ভূমি ও একই সমান্তরালযুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক হবে।

উপপাদ্য ৩

একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিকক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান।



চিত্রে, $ABCD$ ও $ABEF$ সামান্তরিকক্ষেত্র দুইটি একই ভূমি AB এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল AB ও FC এর মধ্যে অবস্থিত।

প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিক $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক $ABEF$ এর ক্ষেত্রফল।

অঙ্কন: A, C ও A, E যোগ করি। C ও E বিন্দু থেকে ভূমি AB ও এর বর্ধিত রেখাংশের উপর EK ও CL লম্ব টানি।

প্রমাণ : ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} AB \times CL$ এবং

ΔABE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times EK$

যেহেতু $CL = EK$, (অঙ্কনানুসারে $AL \parallel FC$)

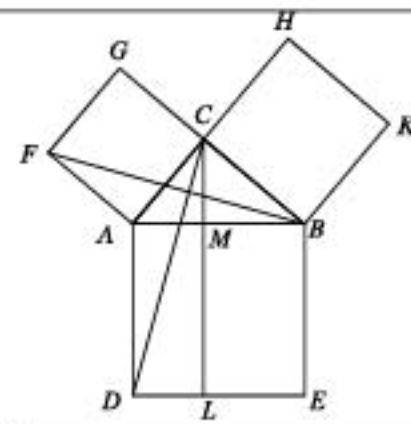
অতএব, ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ΔABE এর ক্ষেত্রফল

$\Rightarrow \frac{1}{2}$ সামান্তরিক ক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ সামান্তরিক ক্ষেত্র $ABEF$ এর ক্ষেত্রফল

$\therefore$ সামান্তরিক ক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক ক্ষেত্র $ABEF$ (প্রমাণিত।

উপপাদ্য ৪ (পিথাগোরাসের উপপাদ্য)

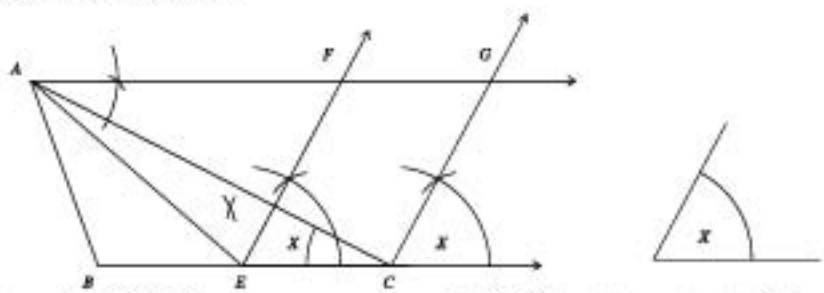
সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle ACB$ সমকোণ এবং AB অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = BC^2 + AC^2$. অঙ্কন: AB, AC এবং BC বাহুর উপর যথাক্রমে $ABED$, $ACGF$ এবং $BCHK$ বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। C বিন্দু দিয়ে AD বা BE রেখার সমান্তরাল CL রেখা আঁকি। মনেকরি, তা AB কে M বিন্দুতে এবং DE কে L বিন্দুতে ছেদ করে। C ও D এবং B ও F যোগ করি। প্রমাণ:	
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔCAD ও ΔFAB এ $CA = AF$, $AD = AB$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD$ $= \angle CAB + \angle CAF$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BAF$ অতএব, $\Delta CAD \cong \Delta FAB$	[$\angle BAD = \angle CAF = 1$ সমকোণ]
(২) ত্রিভুজক্ষেত্র CAD এবং আয়তক্ষেত্র $ADLM$ একই ভূমি AD এর উপর এবং AD ও CL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং, আয়তক্ষেত্র $ADLM = 2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র CAD)	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

(৩) ত্রিভুজক্ষেত্র BAF এবং বর্গক্ষেত্র $ACGF$ একই ভূমি AF এর উপর এবং AF ও BG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং, বর্গক্ষেত্র $ACGF = 2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র FAB) $= 2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র CAD)	[উপপাদ্য ১]
(৪) আয়তক্ষেত্র $ADLM$ = বর্গক্ষেত্র $ACGF$	
(৫) অনুরূপভাবে C,E ও A,K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র $BELM$ = বর্গক্ষেত্র $BCHK$	[উপপাদ্য ১]
(৬) আয়তক্ষেত্র $(ADLM + BELM)$ = বর্গক্ষেত্র $ACGF +$ বর্গক্ষেত্র $BCHK$ বা, বর্গক্ষেত্র $ABED$ = বর্গক্ষেত্র $ACGF +$ বর্গক্ষেত্র $BCHK$ অর্থাৎ, $AB^2 = BC^2 + AC^2$ [প্রমাণিত]	[(২) এবং (৩) থেকে] [(৪) এবং (৫) থেকে]

সম্পাদ্য ১

এমন একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে, যার একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।



মনে করি, ABC একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজক্ষেত্র এবং $\angle x$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূপ সামান্তরিক আঁকতে হবে, যার একটি কোণ $\angle x$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কন : BC বাহুকে E বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডি করি। EC রেখাংশের E বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CEF$ আঁকি। A বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল AG রশ্মি টানি এবং মনে করি তা EF রশ্মিকে F বিন্দুতে ছেদ করে। C বিন্দু দিয়ে EF রেখাংশের সমান্তরাল CG রশ্মি টানি এবং মনে করি তা AG রশ্মিকে G বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $ECGF$ ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ : A, E যোগ করি।

এখন, Δ ক্ষেত্র ABE এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র AEC এর ক্ষেত্রফল [যেহেতু ভূমি BE = ভূমি EC এবং উভয়ের একই উচ্চতা]

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = 2 (Δ ক্ষেত্র AEC এর ক্ষেত্রফল)

আবার, সামান্তরিক ক্ষেত্র $ECGF$ এর ক্ষেত্রফল $2(\Delta$ ক্ষেত্র AEC এর ক্ষেত্রফল) [যেহেতু, উভয়ে একই ভূমি EC এর উপর অবস্থিত এবং $EC \parallel AG$

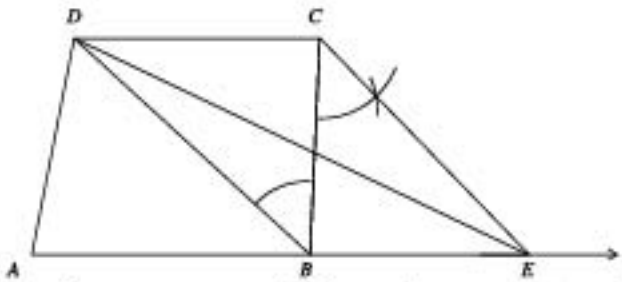
$\therefore$ সামান্তরিক ক্ষেত্র $ECGF$ এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

আবার, . $\angle CEF = \angle x$ [যেহেতু $EF \parallel CG$, অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore$ সামান্তরিক $ECGF$ ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

সম্পাদ্য ২

এমন একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।



মনে করি, $ABCD$ একটি চতুর্ভুজক্ষেত্র। এরূপ একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $ABCD$ চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কন : D, B যোগ করি। C বিন্দু দিয়ে $CE \parallel DB$ টানি। মনে করি, তা AB বাহুর বর্ধিতাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে। D, E যোগ করি।
তাহলে, ΔDAE ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : BD ভূমির উপর ΔBDC ও ΔBDE অবস্থিত এবং $DB \parallel CE$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র BDC এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল

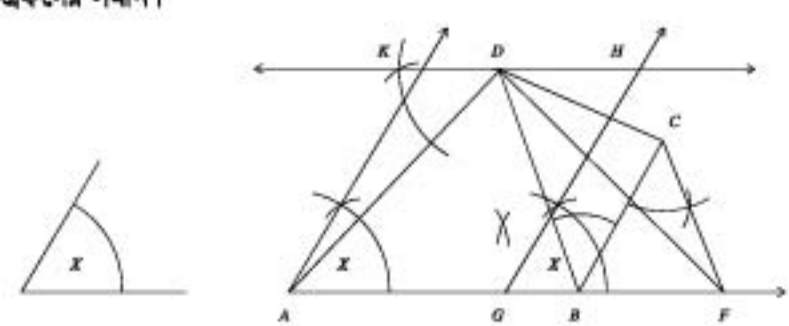
$\therefore$ Δ ক্ষেত্র BDC এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল।

$\therefore$ চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল।
অতএব, ΔADE ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

বিশেষ দ্রষ্টব্য : উপরের পদ্ধতির সাহায্যে নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট অসংখ্য ত্রিভুজক্ষেত্র আঁকা যাবে।

সম্পাদ্য ৩

এমন একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ দেওয়া আছে এবং তা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।



মনে করি, $ABCD$ একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্র এবং $\angle x$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূপ একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ প্রদত্ত $\angle x$ এর সমান এবং সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $ABCD$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কন : B, D যোগ করি। C বিন্দু দিয়ে $CF \parallel DB$ টানি এবং মনে করি, CF, AB বাহুর বর্ধিতাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করে। AF রেখাংশের মধ্যবিন্দু G নির্ণয় করি। AG রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle GAK$ আঁকি এবং G বিন্দু দিয়ে $GH \parallel AK$ টানি। D বিন্দু দিয়ে $KDH \parallel AG$ টানি এবং মনে করি, তা AK ও GH কে যথাক্রমে K ও H বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $AGHK$ ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ : D, F যোগ করি। $AGHK$ একটি সামান্তরিক [অঙ্কন অনুসারে]

যেখানে, $\angle GAK = \angle x$ আবার, Δ ক্ষেত্র DAF এর ক্ষেত্রফল = চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল এবং সামান্তরিক ক্ষেত্র $AGHK$ এর ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র DAF এর ক্ষেত্রফল।

অতএব, $AGHK$ ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

অনুশীলনী ১৫

১। ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে; নিচের কোন্ ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়?

ক. 3 cm, 4 cm, 5 cm　　খ. 6 cm, 8 cm, 10 cm

গ. 5 cm, 7 cm, 9 cm　　ঘ. 5 cm, 12 cm, 13 cm

২। সমতলীয় জ্যামিতিতে –

i প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে

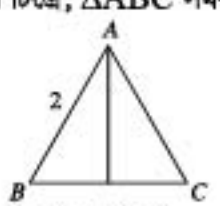
ii দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম

iii দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হলে তাদের ক্ষেত্রফল সমান

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ক. i ও ii　　খ. i ও iii　　গ. ii ও iii　　ঘ. i, ii ও iii

নিচের চিত্রে, ΔABC সমবাহু, $AD \perp BC$ এবং $AB=2$ তথ্যের ভিত্তিতে (৩ ও ৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩। BD = কত ?

ক. 1　　খ. $\sqrt{2}$　　গ. 2　　ঘ. 4

৪। ত্রিভুজটির উচ্চতা কত ?

ক. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ ব. একক　　খ. $\sqrt{3}$ ব. একক　　গ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ব. একক　　ঘ. $2\sqrt{3}$ ব. একক

৫। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিকক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

৬। প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।

৭। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

৮। একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের এবং সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং এর একই পাশে অবস্থিত। দেখাও যে, সামান্তরিকক্ষেত্রটির পরিসীমা আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।

৯। ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y .
প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)।

১০। চিত্রে, $ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১১। সামান্তরিক $ABCD$ এর অভ্যন্তরে P যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল)

১২। ΔABC এ BC ভূমির সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র DBC = Δ ক্ষেত্র EBC এবং Δ ক্ষেত্র DBF = Δ ক্ষেত্র CDE.

১৩। ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু।
প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

১৪। ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর ওপর যেকোনো বিন্দু।
প্রমাণ কর যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.

১৫। ΔABC এর $\angle C$ স্থূলকোণ ; AD, BC এর ওপর লম্ব। দেখাও যে,

১৬। $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$.

ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ ; AD, BC এর ওপর লম্ব। দেখাও যে,

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$.

১৭। ΔPQR এ QD একটি মধ্যমা।
ক) উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র আঁক।
খ) প্রমাণ কর, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$।
গ) যদি $PQ = QR = PR$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর, $4QD^2 = 3PQ^2$।

১৮। $ABCD$ সামান্তরিকের $AB = 5$ সে.মি., $AD = 4$ সে.মি. এবং $\angle BAD = 75°$। অপর একটি সামান্তরিক $APML$ এর $\angle LAP = 60°$ । ΔAED এর ক্ষেত্রফল ও $APML$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল, $ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সমান।
ক) পেন্সিল, কম্পাস ও স্কেল ব্যবহার করে $\angle BAD$ আঁক।
খ) ΔAED অঙ্কন কর। [অঙ্কন চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।]
গ) $APML$ সামান্তরিকটি অঙ্কন কর [অঙ্কন চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক।]